Partie 1 : Calculs numérique et littéral

Exercice 1 : Parmi les fractions suivantes : $\frac{14}{21}$; $\frac{9}{21}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{24}{56}$.

1) Quelles sont celles que l'on peut simplifier ? Pourquoi ?

$\frac{14}{21}$ oui car 14 et 21 sont divisibles par 7, c'est-à-dire dans la table de multiplication de 7.

$\frac{9}{21}$ oui car 9 et 21 sont divisibles par 3.

$\frac{9}{14}$ non car 9 et 14 n'ont aucun diviseur commun.

$\frac{24}{56}$ oui car 24 et 56 sont divisibles par 8.

2) Lesquelles sont supérieures à $\frac{1}{2}$?

On cherche les fractions dont le numérateur est supérieur à la moitié du dénominateur : $\frac{9}{14}$ et $\frac{14}{21}$ correspondent.

Exercice 2 :

1) Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
   a) $A = \frac{15}{2} \times \frac{-4}{3} = \frac{15\times(-4)}{2\times3} = \frac{-\cancel{3}\times5\times\cancel{2}\times2}{\cancel{2}\times\cancel{3}} = -10$
   b) $B = \frac{15}{2} - \frac{4}{3} = \frac{15\times3}{2\times3} - \frac{4\times2}{3\times2} = \frac{45}{6} - \frac{8}{6} = \frac{45-8}{6} = \frac{37}{6}$
   c) $C = \frac{5}{0{,}2} = \frac{5}{\frac{2}{10}} = 5 \times \frac{10}{2} = \frac{5}{1} \times \frac{10}{2} = \frac{5\times10}{1\times2} = \frac{50}{2} = 25$
   d) $D = \frac{3}{0{,}5} = \frac{3}{\frac{5}{10}} = 3 \times \frac{10}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{10}{5} = \frac{3\times10}{1\times5} = \frac{30}{5} = 6$
2) Calculer :
   a) $E = (2 \times 10^4)^2 = (20\,000)^2 = 400\,000\,000$
   b) $F = (-3 \times 10^{-2})^2 = (-0{,}03)^2 = 0{,}0009$
   c) $G = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$
   d) $H = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$
3) Calculer :
   a) Le double du carré de -3 : $2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$
   b) Le carré du double de -3 : $\left(2 \times (-3)\right)^2 = (-6)^2 = 36$

Exercice 3 : Calculer :

1) $2x^2$ pour $x = 4$ et $x = -3$

Pour $x = 4$: $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$.

Pour $x = -3$: $2 \times (-3)^2 = 2 \times 9 = 18$.

2) $(6x + 1)$ pour $x = \frac{1}{2}$ et $x = \frac{-1}{5}$

Pour $x = \frac{1}{2}$: $6 \times \frac{1}{2} + 1 = \frac{6}{2} + 1 = 3 + 1 = 4$.

Pour $x = \frac{-1}{5}$: $6 \times \frac{-1}{5} + 1 = \frac{-6}{5} + 1 = \frac{-6}{5} + \frac{5}{5} = \frac{-6+5}{5} = \frac{-1}{5}$.

3) x^2 pour $x = 2\sqrt{3}$ et $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Pour $x = 2\sqrt{3}$: $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 2^2 \times \sqrt{3}^2 = 4 \times 3 = 12$. Pour $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}^2}{2^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Exercice 4 : Développer, réduire et ordonner les expressions littérales suivantes.

a) $(4x-1)(4x+1) = 4x \times 4x + 4x \times 1 - 1 \times 4x - 1 \times 1 = 16x^2 + 4x - 4x - 1 = 16x^2 - 1$

b) $(3+2x)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2 = 9 + 12x + 4x^2 = 4x^2 + 12x + 9$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

c) $3a(5-2a) = 3a \times 5 + 3a \times (-2a) = 15a - 6a^2 = -6a^2 + 15a$

d) $(y+2)(5y-3) = y \times 5y + y \times (-3) + 2 \times 5y + 2 \times (-3) = 5y^2 - 3y + 10y - 6 = 5y^2 + 7y - 6$

1) Application : calculer.

a) $(1-\sqrt{2})^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

b) $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2) = \sqrt{3}^2 - 2^2 = 3 - 4 = -1$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exercice 5 : Factoriser au maximum les expressions littérales suivantes :

1) $9x + 6 = 3 \times 3x + 3 \times 2 = 3(3x+2)$
2) $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x+5)(2x-5)$
3) $6x + 9x^2 + 1 = 9x^2 + 6x + 1 = (3x)^2 + 2 \times 1 \times (3x) + 1^2 = (3x+1)^2$
4) $3a^2 - 5a = 3a \times a - 5 \times a = a(3a-5)$
5) $y^3 - y = y \times y^2 - y \times 1 = y(y^2-1) = y(y^2-1^2) = y(y+1)(y-1)$
6) $(x+1)^2 + 4(x+1) = (x+1) \times (x+1) + 4 \times (x+1) = (x+1)(x+1+4) = (x+1)(x+5)$

Exercice 6 :

1) Donner les solutions, si elles existent, des équations suivantes.
Le symbole $\Leftrightarrow$ signifie « équivaut à », c'est-à-dire que les équations sont équivalentes.

a) $3x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{3} = 5$

b) $3 - x = 15$
$\Leftrightarrow -x = 15 - 3$
$\Leftrightarrow -x = 12$
$\Leftrightarrow x = -12$

c) $3x = 0$ alors $x = \frac{0}{3} = 0$

d) $\frac{1}{3}x + 7 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x = -7$
$\Leftrightarrow x = -7 \times \frac{3}{1} = -7 \times 3 = -21$

e) $x^2 + 5x = 0$

Règle du produit nul

$\Leftrightarrow x(x+5) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x + 5 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -5$

f) $(2x-1)(x+4) = 0$
$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$ ou $x + 4 = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 1$ ou $x = -4$
$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = -4$

2) -2 est-il solution de l'équation $x^2 - 3x - 2 = 0$? Justifier la réponse.
On remplace x par -2 et on vérifie qu'on obtient bien 0.
$(-2)^2 - 3 \times (-2) - 2 = 4 + 6 - 2 = 8 \neq 0$ donc -2 n'est pas solution.

3) On considère un nombre x tel que $x \leq 3$.

a) Quelle inégalité peut-on écrire pour $(2x-7)$?

$x \leq 3 \Leftrightarrow 2x \leq 2 \times 3$
$\Leftrightarrow 2x \leq 6$
$\Leftrightarrow 2x - 7 \leq 6 - 7$
$\Leftrightarrow 2x - 7 \leq -1$

b) Quelle inégalité peut-on écrire pour $(-3x+4)$?

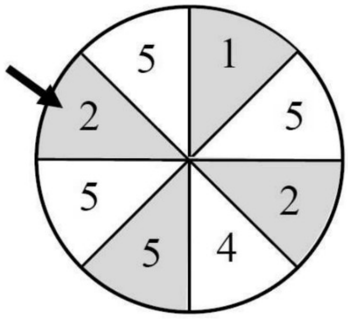
On multiplie par un nombre négatif donc le sens de l'inégalité change.

$$\begin{aligned} x \leq 3 &\Leftrightarrow -3x \geq -3 \times 3 \\ &\Leftrightarrow -3x \geq -9 \\ &\Leftrightarrow -3x + 4 \geq -9 + 4 \\ &\Leftrightarrow -3x + 4 \geq -5 \end{aligned}$$

Exercice 7 : Questionnaire à choix multiples

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_1	Le triangle MNP est rectangle en P. On a …	$MN^2 + PN^2 = MP^2$	$MN^2 = PM^2 + PN^2$	$MN^2 + PM^2 = PN^2$	B
Q_2	IJK est un triangle rectangle en I avec $IJ = 4$ cm et $JK = 6$ cm. Le côté $[IK]$ mesure …	$2\sqrt{5}$ cm	2 cm	$2\sqrt{13}$ cm	A
Q_3	On augmente 720 de 15 %. On calcule …	$0{,}15 \times 720$	$1{,}15 \times 720$	$1{,}15 + 720$	B
Q_4	On prend 20 % de 360. On obtient alors …	72	288	432	A
Q_5	On diminue 420 de 32 %. On obtient alors …	134,4	285,6	554,4	B

Pour la suite des questions, on se place dans la situation suivante.



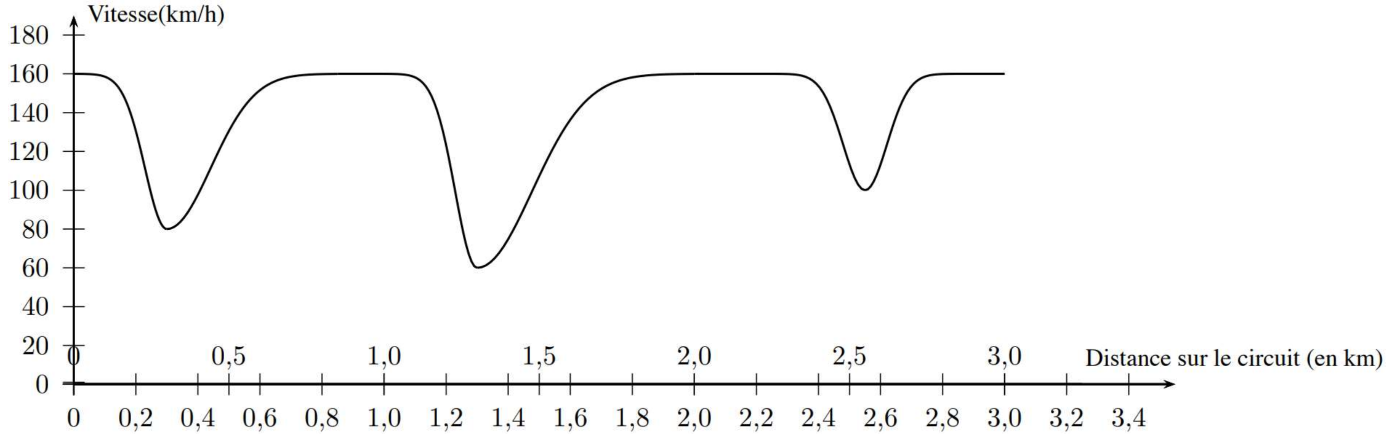
- On fait tourner la roue de loterie représentée ci-contre.
- La roue est partagée en secteurs de même aire.
- Une fois lancée, la roue s'arrête de façon aléatoire sur un secteur unique indiqué par la flèche noire.
- A la fin du lancer, on relève le numéro marqué sur le secteur indiqué par la flèche noire.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
Q_6	La probabilité d'obtenir le numéro 4 est …	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{8}$	B
Q_7	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre pair est …	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{8}$	A
Q_8	La probabilité d'obtenir le numéro 6 est …	0 %	6 %	100 %	A
Q_9	La probabilité de ne pas obtenir le numéro 3 est …	0	0,8	1	C
Q_{10}	La probabilité d'obtenir un numéro qui est un nombre inférieur ou égal à 4 est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	A

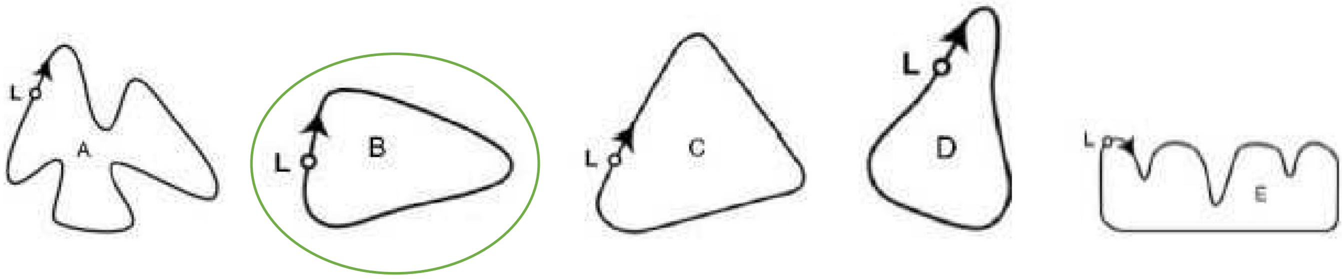
Partie 2 : Fonctions

La calculatrice est autorisée pour cette partie.

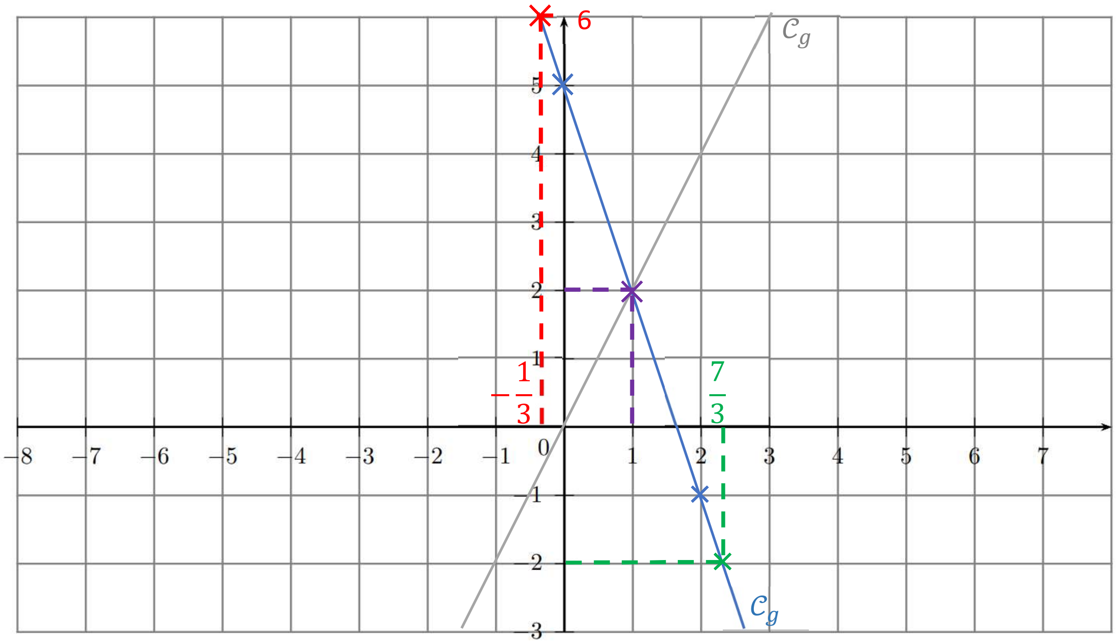
Exercice 8 : Le graphique ci-dessous présente les variations de vitesse d'une voiture de course sur un circuit plat de 3 km au cours du deuxième tour. Pour chaque question, cocher la bonne réponse.



1) A quelle distance approximative de la ligne de départ se situe le début de la plus longue ligne droite du circuit ?
   - ☐ A 0,5 km.
   - ☒ A 1,5 km.
   - ☐ A 2,3 km.
   - ☐ A 2,6 km.
2) Où a-t-on enregistré la vitesse la plus basse au cours du second tour ?
   - ☐ A la ligne de départ.
   - ☐ A environ 0,8 km.
   - ☒ A environ 1,3 km.
   - ☐ A mi-parcours du circuit.
3) Que pouvez-vous dire de la vitesse de la voiture entre les bornes de 2,6 km et 2,8 km ?
   - ☐ La vitesse de la voiture est constante.
   - ☒ La vitesse de la voiture augmente.
   - ☐ La vitesse de la voiture diminue.
   - ☐ La vitesse de la voiture ne peut pas être déterminée à partir du graphique.
4) Voici le tracé de cinq circuits. Sur lequel de ces circuits la voiture roulait-elle lors de l'enregistrement du graphique de vitesse présenté au début de l'exercice (L désigne la ligne de départ) ? Entourer votre réponse.



Exercice 9 : Les constructions se feront dans le repère ci-dessous.



1) Soit la fonction f définie par $f(x) = -3x + 5$.
   a) Comment appelle-t-on ce type de fonction ? C'est une fonction affine, c'est-à-dire de la forme « $ax + b$ ».
   b) Calculer l'image par la fonction f de -2 et de 7.
   $f(-2) = -3 \times (-2) + 5 = 6 + 5 = 11$ et $f(7) = -3 \times 7 + 5 = -21 + 5 = -16$
   c) Construire la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f à l'aide de deux points de $\mathcal{C}_f$ (en bleu sur le graphique).
   d) Déterminer, en résolvant l'équation $-3x + 5 = 6$, l'antécédent de 6 par f. Placer le point correspondant sur le graphique (en rouge sur le graphique).

$$\begin{aligned} -3x + 5 = 6 &\Leftrightarrow -3x = 6 - 5 \\ &\Leftrightarrow -3x = 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

   e) Déterminer (par le calcul) l'antécédent de -2 de f. Vérifier avec le graphique (en vert sur le graphique).

$$\begin{aligned} -3x + 5 = -2 &\Leftrightarrow -3x = -2 - 5 \\ &\Leftrightarrow -3x = -7 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = 2x$.
   a) Comment appelle-t-on ce type de fonction ? C'est une fonction linéaire, c'est-à-dire une fonction de la forme « ax ». C'est une fonction affine particulière (il n'y a pas de « b »).
   b) Construire la représentation graphique $\mathcal{C}_g$ de g dans le repère précédent en utilisant une autre couleur (en gris sur le graphique).
   c) Lire sur le graphique les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
   C'est le point de coordonnées $(1; 2)$ (en violet sur le graphique).
   d) Retrouver par le calcul la réponse à la question précédente.

Pour trouver l'abscisse, on résout $f(x) = g(x)$ c'est-à-dire $-3x + 5 = 2x$ d'où $5 = 2x + 3x$, puis $5 = 5x$ et enfin $x = \frac{5}{5} = 1$. Pour trouver l'ordonnée, on calcule $f(1) = -3 \times 1 + 5 = -3 + 5 = 2$ ou $g(1) = 2 \times 1 = 2$. Ainsi l'intersection a pour coordonnées $(1; 2)$.